



# **FISICA TECNICA AMBIENTALE**



## **PSICROMETRIA 1**

Prof. Ing. Francesco Mancini, Prof. Ing. Marco Cecconi

Università Sapienza di Roma

## ***Psicrometria***

(dal greco: ψυχρόν, **freddo** e μέτρον, **misura**)

è lo studio delle **proprietà e trasformazioni dell'aria umida**

(più in generale dei **sistemi gas-vapore**).

***Gas*** = sostanza allo stato gassoso a temperatura superiore alle condizioni critiche → non condensabile.

***Vapore*** = sostanza allo stato gassoso a temperatura inferiore alle condizioni critiche → può condensare e assumere lo stato liquido o solido.

## *Perchè si studia la psicrometria?*

1. l'umidità è uno dei parametri di **comfort** dell'aria interna;
2. gli **impianti di condizionamento** realizzano trasformazioni termodinamiche sull'aria umida;
3. i processi di evaporazione/condensazione comportano **elevati flussi di energia** (calore latente);
4. l'umidità può creare fenomeni di **condensazione** dannosi;

## *Quindi...*

la presenza di vapore acqueo nell'aria introduce svariati effetti rispetto all'aria secca ed è **necessario uno studio dedicato**.

# OBIETTIVI E ARGOMENTI

## ***Obiettivi del modulo di psicrometria:***

1. studiare le **trasformazioni psicrometriche** che avvengono negli impianti di condizionamento (prerequisito per il corso di impianti: calcolo degli impianti di condizionamento);
2. studiare la possibile **formazione di condensa** (prerequisito per il corso di impianti: verifiche termoigrometriche)

## ***Argomenti che verranno trattati:***

1. richiami sui sistemi termodinamici;
2. equazione di stato del gas perfetto;
3. cambiamenti di fase;
4. calore sensibile e calore latente;
5. miscele di componenti, l'aria umida;
6. pressione di vapore, umidità specifica e umidità relativa;
7. calore sensibile, latente ed entalpia dell'aria umida;
8. bilancio dei sistemi;
9. diagrammi psicrometrici;
10. trasformazioni psicrometriche elementari (miscelazione, riscaldamento/raffreddamento, umidificazione/deumidificazione);
11. cenni ai cicli di funzionamento degli impianti di condizionamento.

## ***Sistema termodinamico:***

**Porzione di spazio separata dall'ambiente esterno** (universo termodinamico) mediante una superficie di confine.

La superficie di confine può essere reale o immaginaria, rigida o deformabile.

## ***Proprietà:***

Il sistema può essere:

- 1. aperto**, se può scambiare massa ed energia con l'esterno;
- 2. chiuso**, se non può scambiare massa con l'esterno (ma può scambiare energia);
- 3. adiabatico**, se non può scambiare energia con l'esterno (ma può scambiare massa);
- 4. isolato**, se non può scambiare né massa né energia con l'esterno.



# DEFINIZIONI

## ***Grandezze termodinamiche:***

Variabili macroscopiche del sistema termodinamico.

## ***Classificazione delle grandezze:***

### **1. Grandezze estensive/intensive**

Sono estensive se proporzionali alla quantità di materia.

(Esempio: massa, volume, energia interna, ecc.)

Sono intensive se indipendenti dalla quantità di materia.

(Esempio: temperatura, pressione, ecc.)

### **2. Grandezze funzioni di stato/non funzioni di stato**

Sono "funzioni di stato" se la loro variazione non dipende dal tipo di trasformazione ma solo dai valori iniziale e finale.

(Esempio: temperatura, pressione, volume, energia interna, ecc.)

Non sono "funzioni di stato" se la loro variazione dipende dal tipo di trasformazione. (Esempio: scambi di calore e lavoro)

**Le grandezze funzioni di stato** (dette brevemente "grandezze di stato") **definiscono lo stato di un sistema.**

Un sistema si dice in **equilibrio termodinamico** se le variabili di stato sono ben definite e non variano nel tempo.

L'equilibrio termodinamico è costituito da una **sovrapposizione di tre equilibri**:

- 1. Equilibrio meccanico**: quando internamente al sistema o fra il sistema e l'esterno esistono equilibri di forze (es: equilibrio di pressioni interne e interne/esterne).
- 2. Equilibrio termico**: quando non varia lo stato termico del sistema (es: temperatura uguale in tutto il sistema e uguale a quella del mezzo esterno a contatto termico con esso).
- 3. Equilibrio chimico**: quando non tende ad avvenire in esso alcuna modificazione di struttura (es: reazioni chimiche, fenomeni di soluzione).

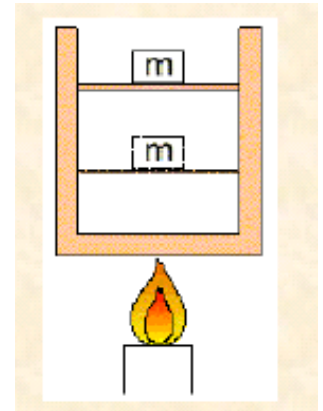
Se il sistema non è in equilibrio si ha una **trasformazione termodinamica**.

## ***Trasformazione termodinamica:***

processo tramite il quale un sistema termodinamico passa **da uno stato di equilibrio termodinamico ad un altro.**

Esempio: un gas racchiuso in un recipiente con un pistone, riscaldato da una sorgente di calore esterna, si espande e solleva il pistone.

I sistemi non isolati possono scambiare con l'esterno massa, calore e lavoro.



**Durante la trasformazione le grandezze di stato variano** ma sono definibili in tutti gli istanti della trasformazione solo se questa è composta da infiniti stati di equilibrio (**trasformazione quasi-statica**), altrimenti sono definibili solo nei punti di equilibrio iniziale e finale.



# EQUAZIONI DI STATO

Per definire lo **stato (di equilibrio) di un sistema**, non è necessario **specificare i valori di tutte le sue grandezze di stato**.

Tali grandezze non sono fra loro del tutto indipendenti, ma sono **legate da un certo numero di relazioni** che possono essere espresse in forma analitica chiamate ***equazioni di stato del sistema*** o equazioni caratteristiche.

Se indichiamo genericamente con  $x_1, x_2, \dots, x_n$  le **grandezze di stato**, allora un'equazione di stato viene posta nella forma:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

Le equazioni di stato possono essere più o meno complesse a seconda del sistema termodinamico considerato.

**In una sostanza allo stato gassoso** (in cui non si verificano reazioni chimiche o passaggi di stato) si può dimostrare che **le grandezze di stato sono tre: temperatura** ( $T$  [K]), **pressione** ( $p$  [Pa]), **volume** ( $V$  [ $m^3$ ]).

Il **gas perfetto** è un gas con le seguenti proprietà ideali: le molecole sono puntiformi; interagiscono tra loro e con le pareti del recipiente mediante urti perfettamente elastici (non vi è dispersione di energia cinetica durante gli urti); non esistono forze di interazione a distanza tra le molecole del gas; le molecole del gas sono identiche tra loro e indistinguibili. **L'aria secca a pressione e temperatura ambiente è assimilabile ad un gas perfetto.**

L'**equazione di stato dei gas perfetti** assume la forma:

$$p \cdot V = n \cdot R_0 \cdot T = m \cdot R \cdot T$$

**n**: numero di moli della sostanza [mol] =  $m/M_m$

**m**: massa della sostanza [kg]

**$M_m$** : massa molare (peso molecolare) della sostanza [kg/kmol]

**$R_0$** : costante universale dei gas = **8314,34 J/(kmol K)**

**R**: costante caratteristica del gas [J/kg K] =  $R_0/M_m$

Costituente	Concentrazione volumetrica (%)	Massa molecolare [kg/ kmol]
Azoto (N <sub>2</sub> )	78.084	28.0134
Ossigeno (O <sub>2</sub> )	20.9476	31.9988
Argon (Ar)	0.934	39.948
Anidride Carbonica (CO <sub>2</sub> )	0.0314	44.00995
Neon (Ne)	0.001818	20.183
Elio (He)	0.000524	4.0026
Krypton (Kr)	0.000114	83.80
Xenon (Xe)	0.0000087	131.30
Idrogeno (H <sub>2</sub> )	0.00005	2.01594
Monossido di azoto (N <sub>2</sub> O)	0.00005	44.0128
Ozono (O <sub>3</sub> )	Estate: $0 \div 7 \cdot 10^{-6}$ Inverno: $0 \div 2 \cdot 10^{-5}$	47.9982
Metano (CH <sub>4</sub> )	0.00015	16.04303
Biossido di Zolfo (SO <sub>2</sub> )	$0 \div 10^{-4}$	64.0628
Biossido di Azoto (NO <sub>2</sub> )	$0 \div 2 \cdot 10^{-6}$	46.0055
Ammoniaca (NH <sub>3</sub> )	da 0 a tracce	17.03061
Monossido di Carbonio (CO)	da 0 a tracce	28.01055
Iodio (I <sub>2</sub> )	$0 \div 10^{-6}$	253.8088

**Massa molecolare dell'aria secca: 28.97 kg/kmol**

La materia può esistere in tre differenti stati di aggregazione o **fasi (stati fisici), solido, liquido o gas**, in funzione della intensità delle forze di attrazione forze di attrazione intermolecolare. La maggioranza delle sostanze si può presentare in tutte le fasi (es. H<sub>2</sub>O).

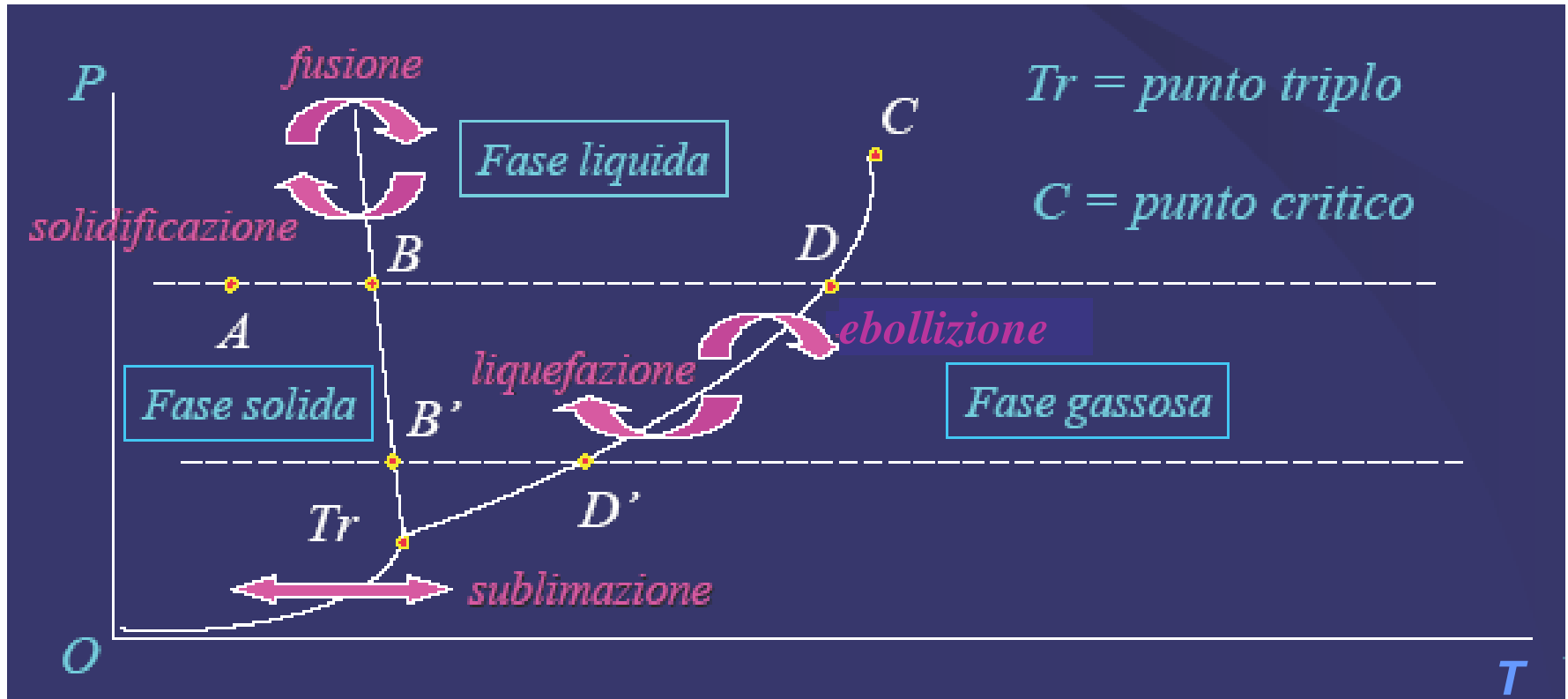
Il passaggio da una fase all'altra è detto **cambiamento di fase**, e si realizza quando si verifica un aumento o una diminuzione dell'energia di legame molecolare.

Per ogni sostanza esistono delle precise combinazioni di temperatura e pressione che individuano delle **linee di demarcazione tra zone corrispondenti ad una fase o l'altra**.

Esse possono essere riportate su un grafico (P,T) detto **diagramma di fase**.

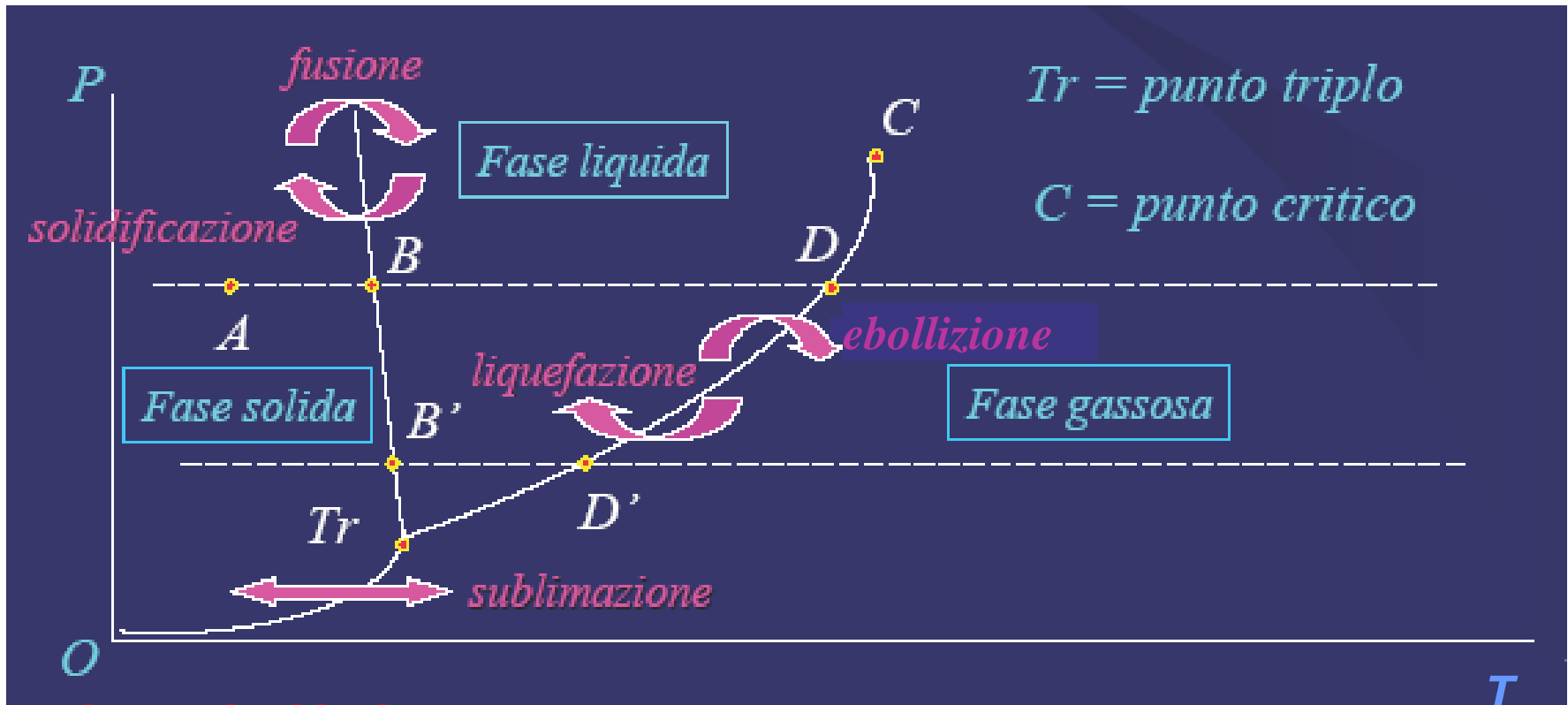
Il diagramma di fase riporta i **possibili stati di aggregazione della** materia a seconda della **combinazione delle grandezze di stato**.

In figura è riportato il **diagramma bidimensionale (p,T) di una sostanza pura**, ma esistono diagrammi tridimensionali (p,T,V) o diagrammi di miscele di più sostanze.



Le **linee di confine** tra due fasi diverse sono **zone in cui coesistono due fasi**.

Il **punto triplo** è una zona dove **coesistono tre fasi** (per l'acqua: pressione di 612Pa e temperatura di 0,01°C).



## Trasformazioni isobare:

A **pressione costante** (es. pressione atmosferica) al variare della temperatura si percorrono le **linee isobare tratteggiate**.

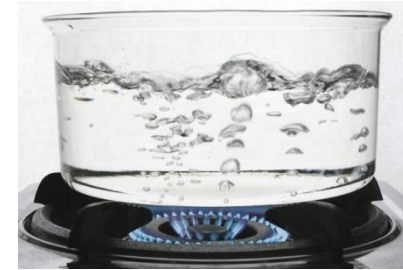
In questo caso i punti appartenenti alle **linee di confine** hanno una **temperatura fissa** che può essere modificata solo se una delle due fasi viene meno (es. evaporazione totale o condensazione totale) → **i passaggi di stato avvengono**

**a temperatura costante: il calore immesso o prelevato serve a spezzare o a costruire i legami interni alla sostanza.**



## Ebollizione:

Fenomeno fisico di **vaporizzazione che coinvolge la totalità della massa liquida**. Avviene solo lungo le linee di ebollizione nel diagramma di fase. Durante l'ebollizione **a pressione costante la temperatura resta fissa** ad un determinato valore (es. acqua a pressione atmosferica =  $100^{\circ}\text{C}$ ). La trasformazione inversa dell'ebollizione è la **condensazione** (coinvolge anch'essa l'intera massa di vapore).



## Evaporazione:

Fenomeno fisico di **vaporizzazione che coinvolge solo la superficie della massa liquida**. Avviene a qualsiasi pressione e temperatura all'interno della fase liquida. Durante l'evaporazione **la temperatura può variare**. L'evaporazione è tanto maggiore quanto più la temperatura si avvicina a quella di ebollizione. La trasformazione inversa dell'ebollizione è la **condensazione superficiale** (coinvolge solamente il vapore che si trova appena sopra la superficie del liquido a qualsiasi pressione e temperatura all'interno della fase gassosa).



Consente di determinare il **numero di variabili di stato** alle quali possono essere assegnati **valori arbitrari** (**varianza del sistema**) a seconda del **numero di fasi presenti**.

Se non avvengano reazioni chimiche, **le variabili da prendere in considerazione sono:**

- **pressione** (determina l'equilibrio meccanico);
- **temperatura** (determina l'equilibrio termico);
- **concentrazione** delle diverse componenti nella soluzione (determina la composizione della soluzione).

**Varianza:**

$$v = N + 2 - F$$

**N** = numero di componenti

**F** = numero di fasi



$$v = N + 2 - F$$

Caso con un solo componente: **N=1**

- a) Quando si ha **una sola fase** (**F=1**, aeriforme, o liquida, o solida) si trova: **v= 2**; possono essere assegnati indipendentemente i valori sia della pressione, sia della temperatura. Il sistema è detto **bivariante**.
- b) Quando coesistono in equilibrio **due fasi** (**F=2**, ad esempio: liquido e vapore) si ha: **v = 1**; sussiste allora un legame biunivoco fra pressione e temperatura, ad una sola delle quali possono perciò essere assegnati valori arbitrari. Il sistema è **monovariante**.
- c) Quando coesistono in equilibrio **tre fasi** (**F=3**, vapore liquido ed una fase solida), si ha **v=0**: Il sistema è detto **invariante**. L'equilibrio è possibile cioè, per un solo valore di p e un solo valore di T, i quali definiscono la condizione denominata **punto triplo**.

In nessun caso potrebbero sussistere in equilibrio più di tre fasi di un solo componente (ad esempio: vapore, liquido e due fasi solide diverse).

## Calore sensibile:

**energia termica** legata alla **variazione di temperatura**.

Per le sostanze allo stato gassoso tale energia **dipende dal tipo di trasformazione**, ossia da come variano le altre grandezze di stato (pressione e volume) mentre varia la temperatura.

Per le trasformazioni a **pressione costante** (di nostro interesse poiché la pressione atmosferica è costante) il **calore sensibile** si calcola come segue:

$$Q_{sens} = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

$Q_{sens}$  = calore sensibile [kJ];

$m$  = massa [kg];

$\Delta T$  = variazione di temperatura [K] o [°C];

$c_p$  = calore specifico a pressione costante [kJ/kg K] = quantità di calore necessaria ad incrementare di un grado centigrado la temperatura dell'unità di massa. Dipende dalla pressione e dalla temperatura. Nelle situazioni di nostro interesse può essere considerato costante:

$$c_{p\_acqua\_liquida} = 4,187 \text{ kJ/kgK}$$

$$c_{p\_aria} = 1,006 \text{ kJ/kgK}$$

$$c_{p\_acqua\_vapore} = 1,92 \text{ kJ/kgK}$$

$$c_{p\_acqua\_solida} = 2,26 \text{ kJ/kgK}$$

## Calore latente:

**energia termica** legata ai **cambiamenti di fase**.

I cambiamenti di fase verso maggiore entropia (liquefazione e evaporazione) necessitano di energia per attuarsi, mentre quelli verso minore entropia (condensazione e solidificazione) liberano energia.

Per le trasformazioni si **evaporazione/condensazione** (di nostro interesse poiché riguardano l'aria umida), il **calore latente** si calcola come segue:

$$Q_{lat} = m \cdot r \cdot \Delta x = m_v \cdot r$$

$Q_{lat}$  = calore latente [kJ];

$m$  = massa totale liquido + vapore [ $kg_{tot}$ ];

$m_v$  = massa di vapore [ $kg_{vapore}$ ];

$\Delta x$  = variazione della frazione di vapore o titolo [ $kg_{vapore} / kg_{tot}$ ];

$r$  = calore latente di evaporazione [ $kJ/kg_{vapore}$ ] = quantità di calore necessaria ad evaporare 1kg di liquido. Dipende dalla pressione e dalla temperatura di evaporazione. Per l'acqua a pressione atmosferica vale:

$$r_{acqua(0^\circ C)} = 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$r_{acqua(100^\circ C)} = 2257 \text{ kJ/kg}$$

Quanta energia è necessaria per **vaporizzare a pressione atmosferica 2 litri (2kg) di acqua a temperatura iniziale di 20°C ?**

## Caso A: Evaporazione a temperatura ambiente (20°C)

L'acqua non riceve calore sensibile, riceve solo calore latente per consentire un'evaporazione superficiale alla temperatura di 20°C.

$$Q_{tot} = \cancel{Q_{sens}} + Q_{lat} = m \cdot r_{acqua(20^\circ C)} \cdot \Delta x = 2 \cdot 2451,4 \cdot 1 = 4902,8 kJ = 1,36 kWh$$

Il calore latente di evaporazione a 20° viene trovato come interpolazione lineare dei valori a 0°C e 100°C.

$$r_{acqua(20^\circ C)} = r_{acqua(0^\circ C)} + (r_{acqua(100^\circ C)} - r_{acqua(0^\circ C)}) / 100 \times 20 = 2451,4 \text{ kJ/kg}$$

## Caso B: Ebollizione a 100°C

L'acqua riceve prima il calore sensibile per scaldarsi fino a 100°C, poi il calore latente per vaporizzare.

$$Q_{tot} = Q_{sens} + Q_{lat} = m \cdot (c_{p\_acqua\_liquida} \Delta T + r_{acqua(100^\circ C)} \cdot \Delta x) =$$

$$= 2 \cdot (4,187 \cdot (100 - 20) + 2257 \cdot 1) = 2 \cdot (335 + 2257) = 5184 kJ = 1,44 kWh$$

**Fino ad ora sono state considerate le proprietà di sostanze singole (es. acqua o aria secca).**

**E' interessante studiare le **miscele di più sostanze** poiché **l'aria ambiente è una miscela di aria secca e acqua (vapore).****

**Per essere una miscela le sostanze **non devono reagire tra loro**, ma solo **mescolarsi in modo omogeneo.****

**In queste condizioni è possibile estendere alla miscela i concetti e le leggi dei singoli componenti, con opportune modifiche.**

**Se i componenti sono gassosi e sono assimilabili a gas perfetti, si può estendere anche alla miscela la **legge dei gas perfetti** (o **equazione di stato dei gas perfetti**).**

**La legge dei gas perfetti continua ad essere valida** per le miscele di gas perfetti, a patto di **considerare volumi, masse e pressioni parziali** anziché quelle totali (come se ciascun gas fosse da solo).

L'**equazione di stato dei singoli gas perfetti nella miscela** assume le seguenti forme:

a) Considerando che la pressione totale è somma delle pressioni parziali (legge di Dalton-Gibbs)

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_N = \sum_1^N p_i$$

...allora per i singoli componenti (i) all'interno del volume V totale:

$$p_i \cdot V = n_i \cdot R_0 \cdot T = m_i \cdot R_i \cdot T$$

b) Considerando che il volume totale è somma dei volumi parziali (legge di Amagat -Leduc)

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_N = \sum_1^N V_i$$

...allora per i singoli componenti (i) alla pressione p totale:

$$p \cdot V_i = n_i \cdot R_0 \cdot T = m_i \cdot R_i \cdot T$$

**$n_i$** : numero di moli della sostanza i-esima [mol] =  **$m_i/M_{m,i}$**

**$m_i$** : massa della sostanza i-esima [kg]

**$M_{m,i}$** : massa molare (peso molecolare) della sostanza i-esima [kg/kmol]

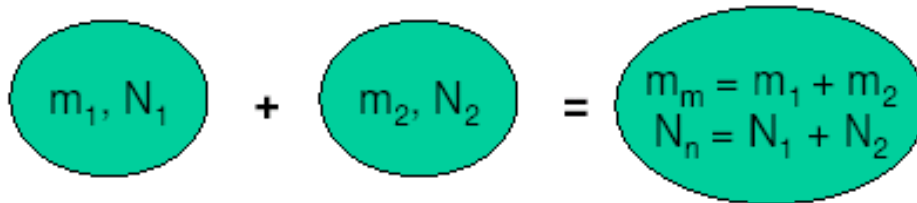
**$R_0$** : costante universale dei gas = **8314,34 J/(kmol K)**

**$R_i$** : costante caratteristica del gas i-esimo [J/kg K] =  **$R_0/M_{m,i}$**

MISCELE di sostanze gassose che non reagiscono tra loro

→ OMOGENEITA' →

Estensione del concetto di sostanza pura



$$m_m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$N_m = \sum_{i=1}^n N_i$$

Frazione ponderale (massica) della specie i - esima

$$x = \frac{m_i}{m_m}$$

$$\sum_{i=1}^n x = 1$$

$$m_i = N_i \cdot M_i$$

$M_i$  = massa molare della sostanza i - esima

Frazione molare della specie i - esima

$$y_i = \frac{N_i}{N_m}$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 1$$

Massa molare media di una miscela

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{N_m} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i M_i}{N_m} = \sum_{i=1}^n y_i M_i$$

Costante media di una miscela

$$R_m = \frac{R_u}{M_m}$$

**L'aria umida è l'aria nella quale comunemente viviamo.**

Per la psicrometria viene considerata come una **miscela composta da:**

- **Aria secca;**
- **Acqua** sotto forma di **vapore acqueo.**

**L'aria secca** è composta da una serie di gas (azoto, ossigeno, ecc) incondensabili alla temperatura ambiente.

**Il vapore acqueo** è costituito da acqua in forma gassosa **disciolta completamente nell'aria secca.** La quantità di vapore presente nell'aria **può variare** a seconda delle condizioni di pressione e temperatura poiché esso **può condensare separandosi dall'aria.**

E' interessante studiare l'aria umida poiché:

- su di essa agiscono gli **impianti di condizionamento;**
- la condensazione dell'aria umida può provocare **effetti dannosi.**



Per studiare l'aria umida si fanno le seguenti **assunzioni**:

- **L'aria umida è composta esclusivamente dall'aria secca + il vapore in essa disciolto.** L'acqua in forma liquida che è eventualmente presente prima di evaporare o che si forma dopo la condensazione è esterna al sistema termodinamico dell'aria umida (viene considerata solo come un flusso di vapore entrante/uscente dal sistema).
- Non essendo presente acqua in forma liquida, il **titolo di vapore 'x' non può riferirsi alla massa di acqua totale** come detto in precedenza [ $\text{kg}_{\text{vapore}} / \text{kg}_{\text{tot}}$ ], ma deve riferirsi ad un'altra grandezza: la **massa di aria secca** (ved. slide successiva).
- Le concentrazioni di umidità presenti normalmente in ambiente sono sufficientemente basse, dunque **è possibile considerare l'aria umida come una miscela di gas perfetti** (errore  $< 0,2\%$ ).

Per l'aria umida si definisce **umidità specifica** (o **titolo**) **la quantità di vapore contenuta nell'unità di massa di aria secca:**

$$x = \frac{m_v}{m_{as}} \quad \left[ \frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_{as}} \right]$$

$x$  = umidità specifica o titolo [ $\text{kg}_{\text{vapore}} / \text{kg}_{\text{as}}$ ]

$m_v$  = massa di vapore disciolto nell'aria secca [ $\text{kg}_{\text{vapore}}$ ]

$m_{as}$  = massa di aria secca [ $\text{kg}_{\text{as}}$ ]

Poiché l'umidità specifica è il rapporto tra pesi di sostanze chimiche diverse, essa **non è un numero puro (non si semplifica l'unità di misura)**. Spesso, per evitare semplificazioni dell'unità di misura, l'umidità specifica viene espressa in [ $\text{g}_v / \text{kg}_{\text{as}}$ ] (in tal caso viene spesso indicata come umidità assoluta).

**Nello studio dell'aria umida il riferimento del titolo 'x' è sempre la massa di aria secca**, differentemente da quanto è stato detto in precedenza nella definizione di calore latente di una sostanza pura.

Essendo l'aria umida una miscela di due componenti, il vapore ha una sua pressione parziale.

La **pressione parziale di vapore** è la pressione che il vapore eserciterebbe sulle pareti del contenitore se esso vi rimanesse da **solo** (ossia se fosse asportata tutta l'aria secca).

La pressione di vapore è **proporzionale all'umidità specifica** ed ha un **valore massimo** oltre il quale il vapore non è più solubile nell'aria secca: fenomeno della **saturatione**.

**Se viene immesso ulteriore vapore** la pressione di vapore e l'umidità specifica non possono ulteriormente aumentare, perciò **vi è una condensazione** del vapore immesso.

Ciò avviene in tutte le soluzioni, ad esempio quando si mette troppo zucchero nel caffè questo non si scioglie e rimane sul fondo.

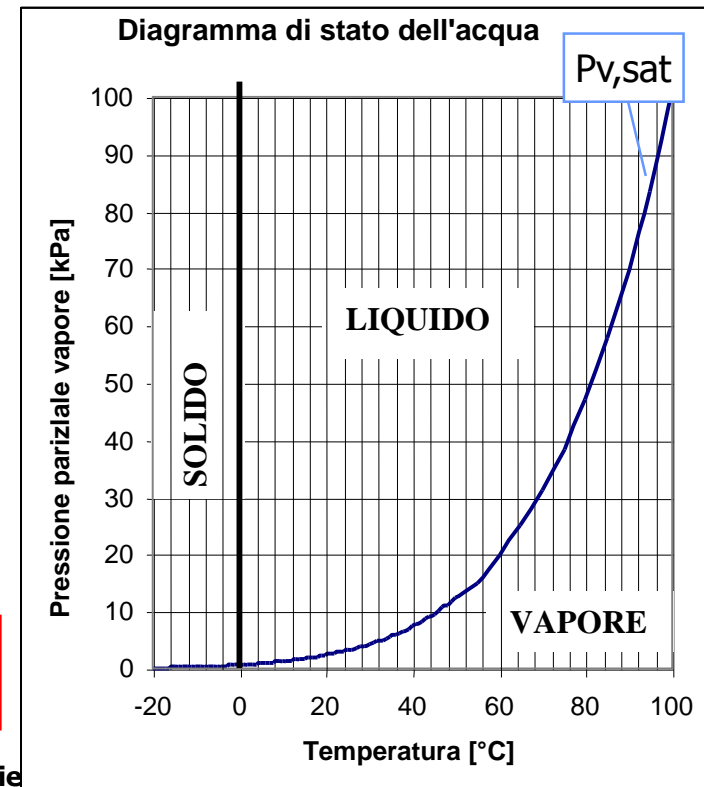
Il valore della pressione parziale di vapore che provoca la saturazione (in breve "**pressione di saturazione**" o "pressione di vapore saturo" o "tensione di vapore saturo") **dipende dalla pressione e dalla temperatura** a cui è sottoposto il sistema.

**A pressione del sistema costante** (es. pressione atmosferica) la pressione di saturazione **dipende solo dalla temperatura** del sistema.

**I valori della pressione di saturazione a pressione atmosferica** sono dati dalla **legge di Clausius-Clapeyron**, approssimata matematicamente da svariate formulazioni di cui se ne propone una:

$$p_{v,sat} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269T}{T+237,3}} \quad [Pa]$$

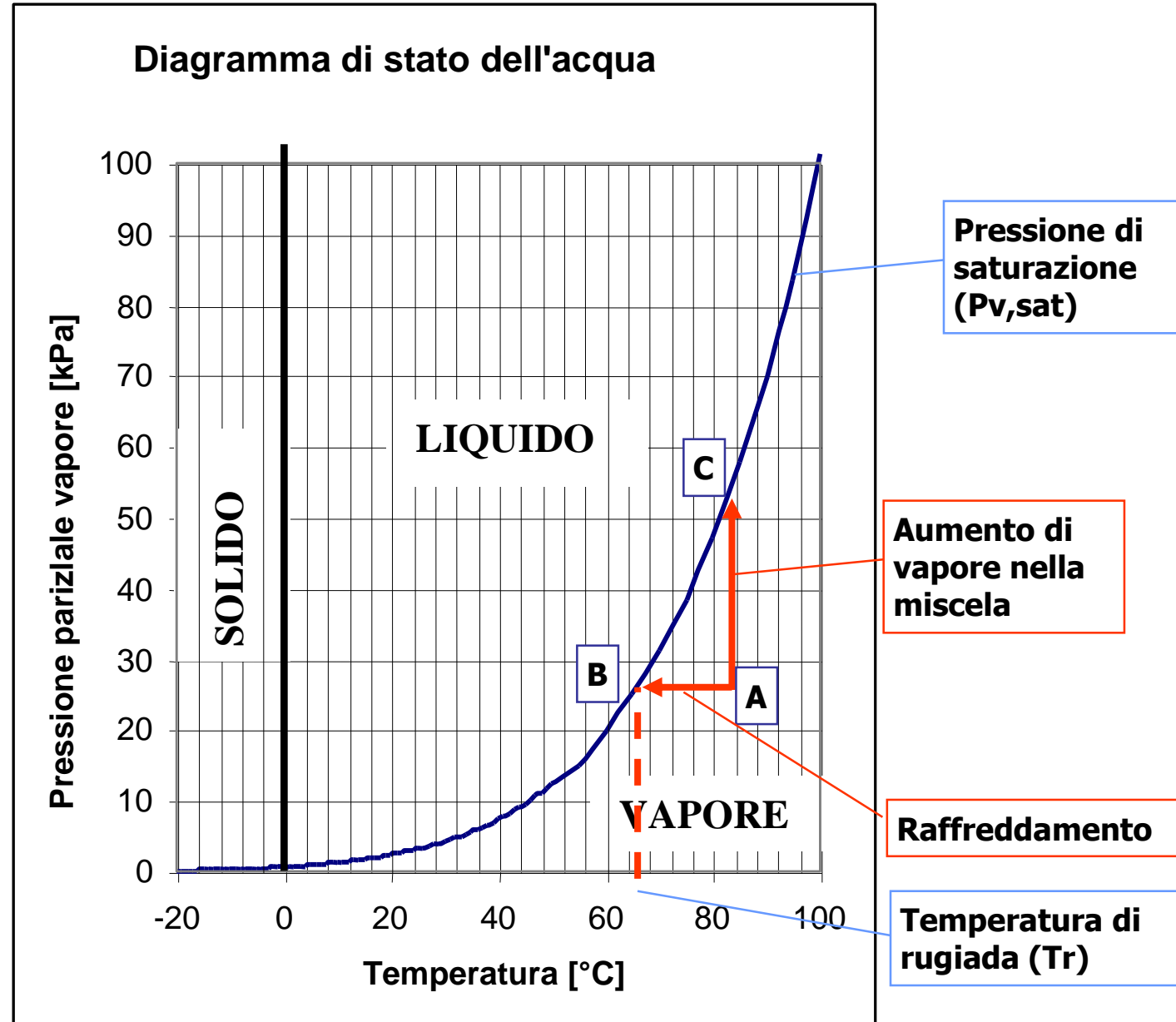
**NOTA: La temperatura va inserita in gradi Celsius**



# PRESSIONE DI SATURAZIONE

Da un generico stato (A), la saturazione si può raggiungere in due modi:

- Aumentando la concentrazione di vapore (AC);
- Riducendo la temperatura (AB).



**Temperatura di rugiada (o temperatura di saturazione):**

temperatura alla quale **inizia la condensazione** del vapore quando si impone all'aria umida un **raffreddamento isobaro**,

... oppure ...

temperatura del punto di **intersezione** tra la **curva di saturazione** e la **pressione di vapore** (e quindi l'umidità specifica)

$$T_{sat} = T_r = \frac{237,3 \cdot \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)}{17,269 - \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)}$$

L'umidità specifica o titolo 'x' è un numero piccolo e non fornisce una indicazione diretta del livello di saturazione del vapore acqueo nella miscela; per capire se l'aria sia più prossima alle condizioni di aria secca o di aria satura è necessario confrontare il titolo con quello di saturazione.

Risulta più conveniente introdurre una nuova grandezza: il **grado igrometrico**, definito dal seguente rapporto:

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{v,sat}}$$

$p_v$  = pressione parziale di vapore acqueo nella miscela [Pa]

$p_{v,sat}$  = pressione di vapore saturo (alla temperatura T della miscela) [Pa]

Il grado igrometrico **può assumere valori compresi tra 0 e 1 oppure**, in modo equivalente, può essere espresso in **percentuale**; in tal caso prende il nome di **umidità relativa** (UR).

PRESSIONE DI VAPORE SATURO  $\leftrightarrow$  TEMPERATURA DI SATURAZIONE

$$p_{v,sat} = 610,5 \cdot e^{\frac{17,269T}{T+237,3}} \quad [Pa]$$

**NOTA: La temperatura va inserita in gradi Celsius**

$$T_{sat} = T_r = \frac{237,3 \cdot \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)}{17,269 - \ln\left(\frac{p_v}{610,5}\right)} \quad [^{\circ}C]$$



UMIDITA' SPECIFICA  $\leftrightarrow$  UMIDITA' RELATIVA  $\leftrightarrow$  PRESS. VAPORE

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{v,sat}}{p_{tot} - \varphi \cdot p_{v,sat}} \left[ \frac{kg_v}{kg_{as}} \right]$$

Per  $\varphi = 1$  si ottiene il **titolo di saturazione  $x_{sat}$**  alla temperatura alla quale è stato calcolato  $p_{v,sat}$ .

$$\varphi = \frac{x \cdot p_{tot}}{(0,622 + x) \cdot p_{v,sat}} \quad [ ]$$

$$p_{v,sat} = \frac{x \cdot p_{tot}}{(0,622 + x) \cdot \varphi} \quad [Pa]$$

$$p_v = \varphi \cdot p_{v,sat} \quad [Pa]$$

$p_{tot}$  = pressione totale del sistema = pressione ambiente  $\approx 101'325$  Pa  
 Costante **0,622** =  $R_v/R_{as}$

## Calore sensibile dell'aria umida:

**energia termica** legata alla **variazione di temperatura** dell'aria umida.

Si differenzia dal calore sensibile di una sostanza pura (slide 18) poiché ora sono presenti due componenti (aria secca e vapore), mentre viene trascurata l'acqua allo stato liquido.

Per le trasformazioni a **pressione costante** (di nostro interesse poiché la pressione atmosferica è costante) il **calore sensibile dell'aria umida** si calcola come segue:

$$Q_{sens,au} = (m_{as} \cdot c_{p,as} + m_v \cdot c_{p,v}) \Delta T$$

$Q_{sens,au}$  = calore sensibile aria umida [kJ];

$m_v$  = massa vapore [kg];  $m_{as}$  = massa aria secca [kg];

$\Delta T$  = variazione di temperatura dell'aria umida [K] o [°C];

$c_{p,v}$  = calore specifico a pressione costante del vapore = 1,92 kJ/kgK;

$c_{p,as}$  = calore specifico a pressione costante dell'aria secca = 1,006 kJ/kgK;

## Calore latente dell'aria umida:

**energia termica** legata ai **cambiamenti di fase** dell'aria umida.

Si differenzia dal calore latente di una sostanza pura (slide 19) poiché ora sono presenti due componenti (aria secca e vapore), mentre viene trascurata l'acqua allo stato liquido. Perciò il titolo 'x' non si riferisce più alla massa totale liquido + vapore, ma alla massa di aria secca.

Per le trasformazioni si **evaporazione/condensazione** dell'aria umida, il **calore latente** si calcola come segue:

$$Q_{lat,au} = m_{as} \cdot r \cdot \Delta x$$

$Q_{lat,au}$  = calore latente aria umida [kJ];

$m_{as}$  = massa aria secca [kg<sub>as</sub>];

$\Delta x$  = variazione della frazione di vapore o titolo [kg<sub>vapore</sub>/ kg<sub>as</sub>];

$r$  = calore latente di evaporazione acqua [kJ/kg<sub>vapore</sub>]

Per l'acqua a pressione atmosferica vale:

$$r_{acqua(0^\circ C)} = 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$r_{acqua(100^\circ C)} = 2257 \text{ kJ/kg}$$

## Calore totale aria umida:

**energia termica** legata ad una generica trasformazione dell'aria umida in cui avviene sia una **variazione di temperatura** che un **cambiamento di fase**.

Il calore totale **non è la somma** del calore sensibile e di quello latente!!!

Il calore totale è la **differenza tra le entalpie** iniziale e finale della trasformazione moltiplicata per la **massa dell'aria secca**:

$$Q_{tot,au} = m_{as} \Delta h$$

$Q_{tot,au}$  = calore totale legato alla trasformazione [kJ]

$m_{as}$  = massa dell'aria secca [kg<sub>as</sub>]

$\Delta h$  = variazione di entalpia dell'aria umida [kJ/kg] = **variazione di energia interna** di un sistema chiuso oppure in equilibrio meccanico

## Entalpia dell'aria umida:

**energia interna del fluido** (def. valida se c'è equilibrio meccanico o per sistemi chiusi), pari alla **somma delle entalpie** dell'aria secca e del vapore.

$$h_{as} = c_{p,as} \cdot T$$

$$h_v = r + c_{p,v} \cdot T$$

$$\left[ \frac{kJ}{kg_{as}} \right]$$

..quindi:

$$h_{tot} = h_{as} + h_v = c_{p,as} \cdot T + x(r + c_{p,v} \cdot T)$$

Se viene presa come riferimento l'entalpia a temperatura 0°C è possibile effettuare le seguenti approssimazioni:

$$c_{p,as} \approx 1 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$$

$$c_{p,v} \approx 1.9 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$$

$$r = r_0 \approx 2500 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{tot} \cong T + x(2500 + 1,9 \cdot T)$$

$$\left[ \frac{kJ}{kg_{as}} \right]$$

**NOTA:** Avendo preso come riferimento 0°C la **temperatura va qui inserita in gradi Celsius**

## Calore totale per unità di tempo:

**potenza termica** legata ad una generica trasformazione dell'aria umida in cui avviene sia una **variazione di temperatura** che un **cambiamento di fase**.

Il calore totale per unità di tempo è la **differenza tra le entalpie iniziale e finale della trasformazione moltiplicata per la portata dell'aria secca**:

$$\dot{Q}_{tot,au} = q_{tot,au} = \frac{m_{as} \Delta h}{\Delta t} = G_{as[kg/s]} \Delta h$$

$\dot{Q}_{tot,au} = q_{tot,au}$  = derivata rispetto al tempo del calore totale della trasformazione = potenza termica della trasformazione [kJ/s]=[kW]

$m_{as}$  = massa dell'aria secca [kg<sub>as</sub>]

$\Delta h$  = variazione di entalpia dell'aria umida [kJ/kg] = **variazione di energia interna** di un sistema chiuso oppure in equilibrio meccanico

$\Delta t$  = intervallo di tempo trascorso [s]

$G_{as[kg/s]}$  = massa dell'aria secca per unità di tempo = portata massica di aria secca [kg<sub>as</sub>/s]. Conversione u.m.:

$$G_{as[kg/s]} = \frac{\rho_{as}}{3600} \cdot G_{as[m^3/h]} \cong \frac{1,2}{3600} \cdot G_{as[m^3/h]} = \frac{G_{as[m^3/h]}}{3000}$$